



Probeklausur zur Mathematik 1

Schreiben Sie mit einem **weichen Bleistift** und nehmen Sie ggfs Korrekturen mit einem **Radiergummi** vor. Lösen Sie die Multiple-Choice-Aufgaben durch **Schwärzen** der Kästchen (bitte keine Kreuze). Bei **Freitextaufgaben** schreiben Sie direkt in die vorgegebenen Rahmen, markieren Sie keine Kästchen direkt unter den Rahmen!

Multiple-Choice-Aufgaben, die mit dem Zeichen ♣ gekennzeichnet sind, können mehrere korrekte Antworten haben. Andere Aufgaben haben genau eine korrekte Antwort. Falsche Antworten ergeben Minuspunkte, jede Aufgabe wird mit mindestens Null Punkten abgeschlossen.

Bei vielen Multiple-Choice-Aufgaben sind vorher Rechnungen erforderlich. Führen Sie diese nicht auf der Klausur sondern auf einem **Extrablatt** durch, das Sie **nicht mit abgeben**.

Taschenrechner sind zugelassen, ansonsten **keine Hilfsmittel**. Sie haben **60 Minuten** Zeit zur Bearbeitung. Viel Erfolg!

Name, Vorname, Matrikelnr.

Test, Mark

☐ 0	☐ 0	☐ 0	☐ 0	☐ 0
☒ 1	☐ 1	☐ 1	☐ 1	☐ 1
☐ 2	☒ 2	☐ 2	☐ 2	☐ 2
☐ 3	☐ 3	☒ 3	☐ 3	☐ 3
☐ 4	☐ 4	☐ 4	☒ 4	☐ 4
☐ 5	☐ 5	☐ 5	☐ 5	☒ 5
☐ 6	☐ 6	☐ 6	☐ 6	☐ 6
☐ 7	☐ 7	☐ 7	☐ 7	☐ 7
☐ 8	☐ 8	☐ 8	☐ 8	☐ 8
☐ 9	☐ 9	☐ 9	☐ 9	☐ 9

Aufgabe 1 ♣ Stellen Sie den Wahrheitsverlauf der folgenden zusammengesetzten Aussagen in einer Wahrheitstabelle dar (Extrablatt). Füllen Sie anschließend die Wahrheitstabelle aus, geben Sie nur die *wahren* Aussagen an.

A	B	$\neg(A \wedge \neg B)$	$(A \wedge B) \vee ((\neg A) \vee B)$
w	w	☒	☒
w	f	☐	☐
f	w	☒	☒
f	f	☒	☒

Aufgabe 2 ♣ Seien $A = [5; 10]$, $B = (7; 15)$, $C = (3; 7)$, $D = (2; 5]$. Welche Antworten sind richtig?

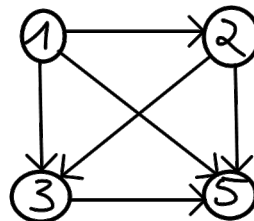
- | | | |
|---|--|---|
| ☐ $A \cup B = (5; 15]$ | ☐ $B \setminus A = (7; 10]$ | ☐ $(A \cup C) \setminus B = \emptyset$ |
| ☒ $(A \cup C) \setminus B = (3, 7]$ | ☒ $B \setminus A = (10; 15)$ | ☒ $(C \cap D) \setminus A = (3, 5)$ |
| ☐ $(C \cap D) \setminus A = (2, 6]$ | ☐ $A \setminus B = [6; 8]$ | ☒ $A \setminus B = [5; 7]$ |
| ☐ $A \cap B = (7; 10)$ | ☒ $A \cup B = [5; 15]$ | ☒ $A \cap B = (7; 10]$ |

Aufgabe 3

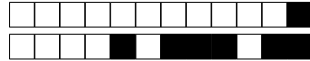
Geben Sie folgende Mengen (Potenzmenge, kart. Produkt) und Mächtigkeiten explizit an.

$$\mathcal{P}(\{1, 2\}) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$$
$$\{0, 1\} \times \{x, y\} = \{(0, x), (0, y), (1, x), (1, y)\}$$
$$|\mathcal{P}(\{A, l, g, o, r, i, t, h, m, u, s\})| = 2^{11}$$
$$|\{1, 2, 3\} \times \{e, i, s\}| = 3 \cdot 3 = 9$$

Stellen Sie die Relation $R = \{(x, y) \in A \times A : x < y\}$ für $A = \{1, 2, 3, 5\}$ grafisch dar (Pfeildiagramm).



☐ 0	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6	☐ 7	☐ 8
----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------

**Aufgabe 4**

Berechnen Sie die Potenz durch Anwendung des binomischen Lehrsatzes.

$$(a+2)^5 = a^5 + \binom{5}{1}a^4 \cdot 2 + \binom{5}{2}a^3 \cdot 4 + \binom{5}{3}a^2 \cdot 8 + \binom{5}{4}a \cdot 16 + 32$$
$$= a^5 + 10a^4 + 40a^3 + 80a^2 + 80a + 32$$

Berechnen Sie den Wert des Binomialkoeffizienten.

$$\binom{90}{86} = \binom{90}{4} = \frac{90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 2555190$$

Führen Sie die Polynomdivision durch.

$$(4x^3 + 3x^2 + 2x - 15) : (4x - 5) = x^2 + 2x + 3$$
$$\begin{array}{r} (4x^3 - 5x^2) \\ \hline 8x^2 + 2x \\ -(8x^2 - 10x) \\ \hline 12x - 15 \\ -(12x - 15) \\ \hline 0 \end{array}$$

- ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8

Aufgabe 5 ♣ Berechnen Sie $z + w$, $z \cdot w$, $\frac{z}{w}$ und $|z|$, $|w|$ für $z = 4 - 5i$ und $w = 4 + 5i$. Welche Antworten sind richtig?

- | | | | |
|--|---|---|---|
| ☐ $ z = 41$ | ☒ $\frac{z}{w} = -\frac{9+40i}{41}$ | ☐ $z \cdot w = -9 + 40i$ | ☐ $z + w = 8 + i$ |
| ☐ $\frac{z}{w} = \frac{9+40i}{9}$ | ☒ $z \cdot w = 41$ | ☐ $ w = 41$ | ☒ $ w = \sqrt{41}$ |
| ☒ $z + w = 8$ | ☒ $ z = \sqrt{41}$ | ☐ $z \cdot w = -9$ | ☐ $z + w = 10i$ |

Aufgabe 6Stellen Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $a + ib$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ dar.

$$\frac{2-3i}{4+5i} = \frac{(2-3i)(4-5i)}{4^2+5^2} = \frac{8-10i-12i+15i^2}{41} = \frac{-7-22i}{41}$$

$$\left(\cos\left(\frac{\pi}{18}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{18}\right)\right)^9 = \left(e^{i\frac{\pi}{18}}\right)^9 = e^{i\frac{\pi}{2}} = i$$

$$e^{\frac{5\pi}{3-i}} = e^{\frac{5\pi(3+i)}{3^2+1^2}} = e^{\frac{\pi}{2}(3+i)} = e^{\frac{3\pi}{2}} \cdot e^{i\frac{\pi}{2}} = 111,3174... \cdot i$$

- ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8

Aufgabe 7 ♣ Berechnen Sie die Produkte in der Restklasse $\mathbb{Z}_8$. Welche Antworten sind richtig?

- | | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ☐ $4^3 = 4$ | ☐ $4! = 4$ | ☐ $11 \cdot 25 = 5$ | ☒ $20 \cdot 30 = 0$ | ☐ $5^3 = 0$ |
| ☐ $2^3 = 2$ | ☒ $4^3 = 0$ | ☒ $2 \cdot 3 = 6$ | ☐ $20^{30} = 5$ | ☒ $2^3 = 0$ |
| ☒ $4! = 0$ | ☐ $5^3 = 1$ | ☒ $2 \cdot 2 = 4$ | ☐ $11^{25} = 1$ | ☐ $2 \cdot 3 = 2$ |
| ☒ $11^{25} = 3$ | ☐ $3 \cdot 4 = 3$ | ☒ $11 \cdot 25 = 3$ | ☒ $3 \cdot 4 = 4$ | ☐ $5 \cdot 3 = 2$ |
| ☒ $5 \cdot 3 = 7$ | ☒ $5^3 = 5$ | ☐ $20 \cdot 30 = 4$ | ☒ $20^{30} = 0$ | ☐ $2 \cdot 2 = 6$ |



Aufgabe 8 Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge $(\frac{n+1}{n})^4$ für $n \rightarrow \infty$. Der Grenzwert ist

☐ ∞ ☐ 0 ☐ e ☒ 1

Aufgabe 9 Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge $\frac{4n^2+3n+2}{6n^2+5n+3}$ für $n \rightarrow \infty$. Der Grenzwert ist

☒ $\frac{2}{3}$ ☐ 1 ☐ 0 ☐ ∞

Aufgabe 10 Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge $(\frac{1}{3} - \frac{1}{4})^n$ für $n \rightarrow \infty$. Der Grenzwert ist

☒ 0 ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ 1 ☐ ∞

Aufgabe 11 Geben Sie den Grenzwert der Folge $\frac{n^3-2}{n^2} - n + 1$ für $n \rightarrow \infty$ an.

☒ 1 ☐ -2 ☐ 0 ☐ ∞

Aufgabe 12

Berechnen Sie:

$$\sum_{k=1}^4 (2k-5)^2 = 9+1+1+9 = 20$$

Geben Sie die Formel für die geometrische Reihe an.

$$\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

Berechnen Sie den Summenwert mit Hilfe der Formel für die arithmetische Reihe.

$$\sum_{k=1}^{80} (2k+1) = 2 \cdot \sum_{k=1}^{80} k + \sum_{k=1}^{80} 1 = \cancel{2} \frac{80 \cdot 81}{\cancel{2}} + 80 = 6560$$

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8

Aufgabe 13

Berechnen Sie die beiden komplexen Lösungen der Gleichung $x^2 - 6x + 25 = 0$. $p = -6, q = 25$

$$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{3^2 - 25} = 3 \pm 4i, \quad L = \{3-4i, 3+4i\}$$

$= -16 < 0$

Gegeben sei die quadratische Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x^2 - 30x + 25$. Bestimmen Sie die Scheitelpunktsform und den Scheitelpunkt.

$$\begin{aligned} f(x) &= 5(x^2 - 6x) + 25 \\ &= 5(x^2 - 6x + 3 - 3^2) + 25 \\ &= 5((x-3)^2 - 9) + 25 \\ &= 5(x-3)^2 - 20 \end{aligned}$$

$$\text{Scheitelpunkt: } (3, -20)$$

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8

Aufgabe 14 ♣ Es sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^5$. Welche Antworten sind richtig? f ist

☒ injektiv ☐ nicht injektiv ☒ bijektiv ☒ surjektiv

**Aufgabe 15**

Differenzieren Sie.

$$\left(\sqrt[3]{x^4}\right)' = \left(x^{\frac{4}{3}}\right)' = \frac{4}{3} x^{\frac{1}{3}}$$

$$\left(4e^{\cos(x)-\sin(x)}\right)' = 4e^{\cos(x)-\sin(x)} \cdot (-\sin(x)-\cos(x))$$

$$\left(\frac{\cos(x)}{x^2}\right)' = \frac{-\sin(x) \cdot x^2 - 2x \cdot \cos(x)}{x^4} = -\frac{x \sin(x) + 2 \cos(x)}{x^3}$$

$$\left(\sqrt{x^2 + \sqrt{x}}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + \sqrt{x}}} \cdot \left(2x + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$$

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8

Integrieren Sie die Funktionen in den folgenden Aufgaben. Markieren Sie anschließend die richtige Lösung.

Aufgabe 16 Es ist $\int (4x^5 - 6x^3 + 8x^2 - 3x + 5) dx =$

☐ $x^6 - x^4 + x^2 + 5x + C$ ☒ $\frac{2}{3}x^6 - \frac{3}{2}x^4 + \frac{8}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 5x + C$

Aufgabe 17 Es ist $\int (3 \sin(x) - 4 \cos(x)) dx =$

☐ $3 \cos(x) + 4 \sin(x) + C$ ☒ $-3 \cos(x) - 4 \sin(x) + C$

Aufgabe 18 Es ist $\int x \ln(x) dx =$

☐ $\frac{x^2}{2}(\ln(x) - \frac{1}{4}) + C$ ☐ $\frac{x^2}{2}(\ln(x) + \frac{1}{2}) + C$ ☒ $\frac{x^2}{2}(\ln(x) - \frac{1}{2}) + C$

Aufgabe 19 Es ist $\int \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} dx =$

☐ $\frac{2}{3}\sqrt{(1+x^3)^2} + C$ ☒ $\frac{2}{3}\sqrt{1+x^3} + C$ ☐ $\frac{2}{3\sqrt{1+x^3}} + C$

Aufgabe 20 Es ist $\int \frac{(\ln(x))^3}{x} dx =$

☐ $\ln((\ln(x))^3) + C$ ☐ $\arctan((\ln(x))^3) + C$ ☒ $\frac{1}{4}(\ln(x))^4 + C$

Aufgabe 21 Es ist $\int_1^e \frac{1-x^2}{x} dx =$

☐ $\frac{1-e^2}{3}$ ☐ $\frac{1+e^2}{5}$ ☒ $\frac{3-e^2}{2}$ ☐ $\frac{1+e^2}{3}$ ☐ $\frac{2-e^2}{4}$ ☐ $\frac{3+e^2}{2}$

Aufgabe 22 Welchen Flächeninhalt schließt die Parabel $-\frac{1}{4}x^2 + 4$ mit der x -Achse zwischen beiden Nullstellen ein?

☐ $26\frac{1}{5}$ ☐ $22\frac{2}{3}$ ☐ $23\frac{1}{4}$ ☐ $24\frac{1}{4}$ ☒ $21\frac{1}{3}$ ☐ $25\frac{1}{5}$